PERTES OPÉRATIONNELLES EXTRÊMES dans une banque

Hela DAHEN

Canada Research Chair in Risk Management HEC Montréal

Georges DIONNE

Department of Finance HEC Montréal

Daniel ZAJDENWEBER

Professeur émérite

Université Paris-Ouest-Nanterre-La Défense

PERTES OPÉRATIONNELLES EXTRÊMES

- Base de données : **FITCH's OpVar database**.
- Années 1994-2004, donc **avant** la crise.
- Données achetées par la ***Canada Research Chair in Risk Management*** de **HEC Montréal**.
- Analysées par les **H.Dahen** et **G.Dionne** depuis 2006 et par **D.Zajdenweber** depuis 2007.
- Publication dans ***The Journal of Operational Risk*** : « A Practical Application of Extreme Value Theory to Operational Risk in Banks », Vol.5, n°2, (Summer 2010), 1-16.

PERTES OPÉRATIONNELLES EXTRÊMES

Bibliographie

- **Chapelle, A., Crama, Y., Hübner, G., and Peters, J.P. (2008)**, "Practical Methods for Measuring and Managing Operational Risk in the Financial Sector: A Clinical Study," *Journal of Banking and Finance* 32, 1049-1061.
- **Chernobai, A., Menn, C., Rachev, S. T., and Trûck, C. (2005)** "Estimation of Operational Value-at-Risk in the Presence of Minimum Collection Thresholds." *Technical Report*, University of California at Santa Barbara.
- **Dahen, H., Dionne, G. (2007)**, "Scaling Models for the Severity and Frequency of External Operational Loss Data," working paper 07-01, Canada Research Chair in Risk Management. Forthcoming in *Journal of Banking and Finance.*
- **Embrechts, P., Klüppelberg, C., and Mikosch, T. (1997)**, *Modeling Extremal Events*, Heidelberg, Springer, Berlin.

PERTES OPÉRATIONNELLES EXTRÊMES

Bibliographie

- **Frachot, A., Moudoulaud, O., and Roncalli, T. (2003)**, "Loss Distribution Approach in Practice," in The Basel Handbook : *A Guide for Financial Practioners*, edited by Micheal Ong: Risk Books, 2004.
- **Guillen, M., Gustafsson, J., Nielsen, J.P. (2008)**, "Combining Underreported Internal and External Data for Operational Risk Measurement"*, working paper*, University of Barcelona.
- **Hill, B.M. (1975)**. "A Simple General Approach to Inference about the Tail of a Distribution", *Annals of Statistics* 3, 423-453.
- **Peters, J.P., Crama, Y., and Hübner, G. (2004**) *, "*An Algorithmic Approach for the Identification of Extreme Organizational Losses Threshold,*" working paper,* Université de Liège, Belgique.
- **Zajdenweber, D. (2009)** *, Économie des extrêmes*, Flammarion, coll. Champs, Paris**.**

PERTES OPÉRATIONNELLES EXTRÊMES

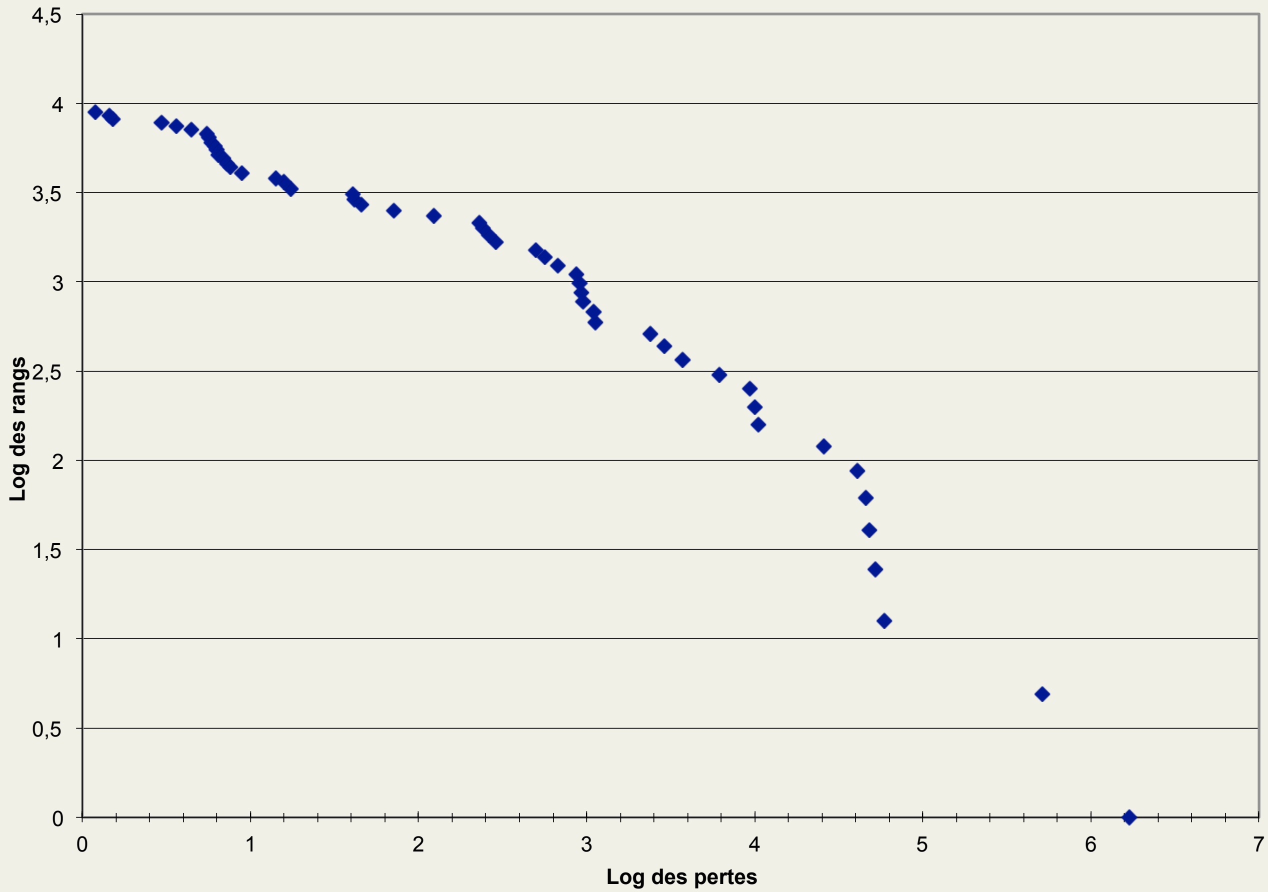
- Il s'agit des pertes opérationnelles **externes.**
- Exemples : fraudes, vols, *hacking*, *phishing,* attaques terroristes, banditisme, etc.
- Doivent être évaluées (réglementation Bâle II) comme les pertes opérationnelles internes.
- Propriété caractéristique : **Pas de valeur plafond.**
- Contrairement au risque de crédit ou de taux.

PERTES OPÉRATIONNELLES EXTRÊMES

- Les données de cette étude concernent une banque des États-Unis qui a subi
- 52 sinistres opérationnels externes supérieurs à $1M, entre 1994 et 2004.
- Maximum : 506,15 (millions de dollars!)
- Moyenne : 38,87. Médiane : 11,05.
- Écart type : 83,11. Kurtosis : 21,11.
- Skewness : 4,28.

PERTES OPÉRATIONNELLES EXTRÊMES

Graphique Log-Log des 52 pertes opérationnelles supérieures à $1 million



PERTES OPÉRATIONNELLES EXTRÊMES

- Comportement type « loi de Pareto » de la queue de distribution :
- $F(x\ ;\ \alpha) = 1-(x/x_0)^{-\alpha} \quad (x \geq x_0)$
- Noter l' effet « marche d'escalier », du aux arrondis, autour des « chiffres ronds » : 100M, 50M, 20M, 2M.
- Comportement semblable de la distribution des taux des pertes, rapportées aux capitaux.

PERTES OPÉRATIONNELLES EXTRÊMES

Capital and Risk : New Evidence on Implications of Large Operational Losses.

Patrick de Fontnouvelle ; John S.Jordan; Virginia DeJesus-Rueff;

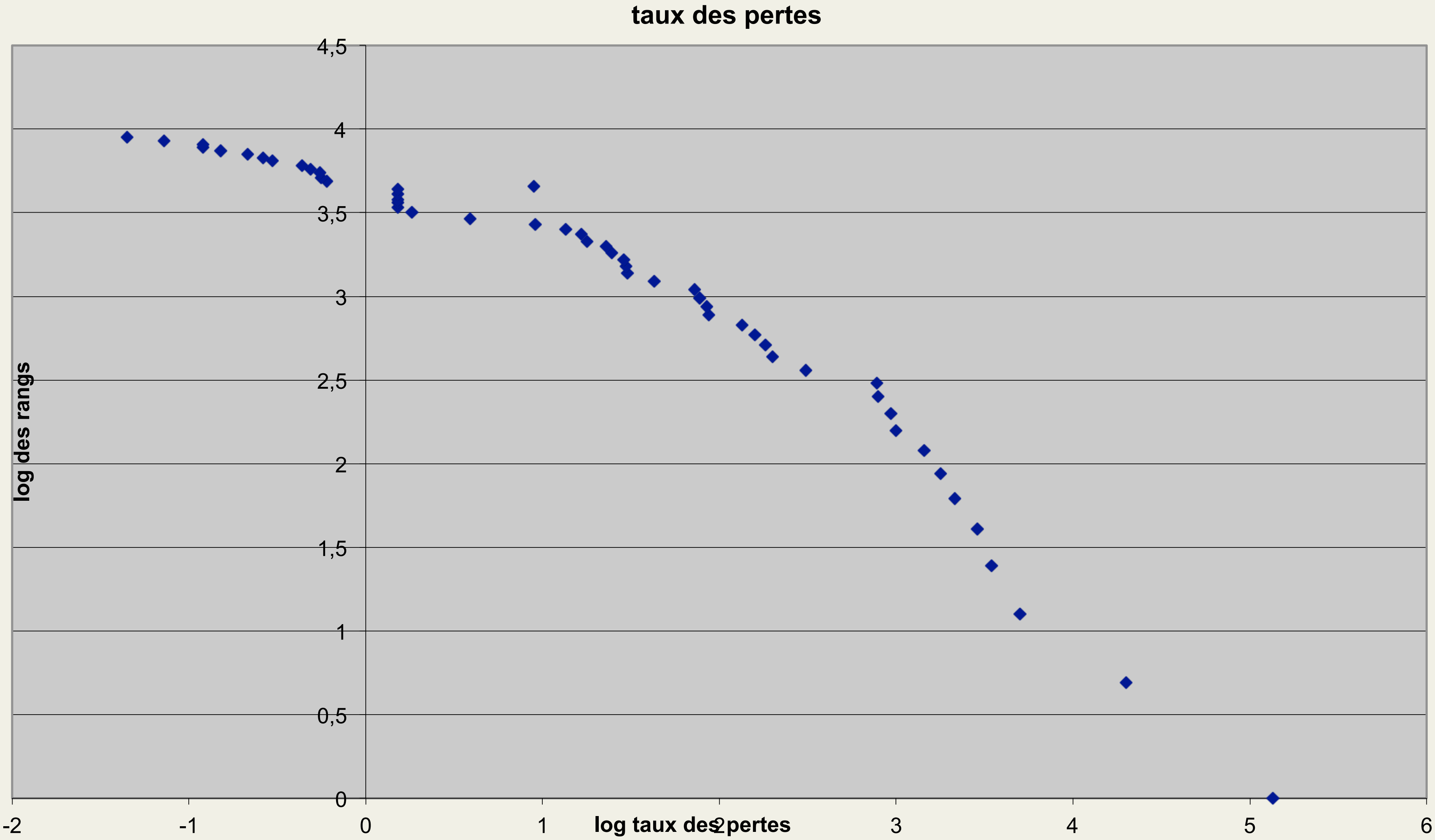
Eric S.Rosengren ; Federal bank of Boston, 2005.

An Analysis of Japanese Bank's Loss Data :

Possible use of External Loss Data.

Tsuyoshi Nagafuji ; Bank of Japan, 2007.

PERTES OPÉRATIONNELLES EXTRÊMES



PERTES OPÉRATIONNELLES EXTRÊMES

- Estimation de l'exposant caractéristique α.
- Deux estimateurs : Hill et MLM avec *bootstrap*
- Estimateur de Hill :
- Sensible au choix du seuil.
- Compromis entre biais et écart type.
- Choix de 4 pertes comme valeurs seuils :
- 31,78M$; 29,46M$; 20,96M$; 19M$.

PERTES OPÉRATIONNELLES EXTRÊMES

Estimations de l'exposant caractéristique

Seuil	Nombre d'observations	Exposant α estimé	Intervalle de confiance à 95%
31,78	14	0,987	0,64 - 2,12
29,46	15	0,984	0,65 - 2,03
20,96 : effet escalier	*16*	*0,786*	*0,52 - 1,57*
19	21	0,95	0,66 - 1,68

PERTES OPÉRATIONNELLES EXTRÊMES

- Les estimations sur les taux de pertes, rapportées aux capitaux de la banque, sont concordantes.
- Il n'y a pas de corrélation entre le montant des pertes et le montant des capitaux de la banque.
- Ces capitaux ont triplé entre 1994 et 2004.

PERTES OPÉRATIONNELLES EXTRÊMES

Estimations de l'exposant caractéristique

Seuil de taux	Nombre d'observations	Exposant α estimé	Intervalle de confiance à 95%
1×10^{-4}	14	0,986	0,64 – 2,12
$9{,}6 \times 10^{-5}$	15	1,015	0,67 – 2,10
9×10^{-5}	16	1,016	0,67 – 2,03
$6{,}3 \times 10^{-5}$	21	0,957	0,66 – 1,70

PERTES OPÉRATIONNELLES EXTRÊMES

- Quel exposant caractéristique α ?
- 1 ou moins de 1 ?
- Dans tous les cas il n'y a pas d'espérance.
- Mais les conséquences financières ne sont pas les mêmes.
- Il faut donc choisir une valeur pour respecter la réglementation Bâle II.

PERTES OPÉRATIONNELLES EXTRÊMES

- Pour choisir le « bon » exposant α :
- MLM avec « bootstrap » (Hela Dahen).
- Utilise des tests d'ajustement :
  - Kolmogorov - Smirnov.
  - Cramér - Von Mises.
  - Compare les probabilités théoriques avec la fréquence du plus grand sinistre.

PERTES OPÉRATIONNELLES EXTRÊMES
Estimations de l'exposant caractéristique

Seuil	N	Exposant α estimé	Intervalle de confiance	Kolmogorov - Smirnov	Cramér-Von Mises
31,78	**14**	**0,988**	**0,46 – 1,52**	**0,46**	**0,28**
29,46	**15**	**0,985**	**0,48 – 1,49**	**0,49**	**0,33**
20,96	*16*	*0,787*	*0,39 – 1,18*	*0,23*	*0,09*
19,80	21	0,950	0,54 – 1,36	0,14	0,15

PERTES OPÉRATIONNELLES EXTRÊMES

Estimations de l'exposant caractéristique

Seuil	N	Exposant α estimé	Intervalle de confiance	Kolmogorov-Smirnov	Cramér-Von Mises
1×10^{-4}	14	0,987	0,46 – 1,51	0,03	0,09
$9{,}5 \times 10^{-5}$	15	1,006	0,49 – 1,53	0,04	0,13
$9{,}0 \times 10^{-5}$	16	1,018	0,51 – 1,53	0,05	0,17
$6{,}3 \times 10^{-5}$	**21**	**0,956**	**0,54 – 1,37**	**0,11**	**0,33**

PERTES OPÉRATIONNELLES EXTRÊMES

- Extrême de l'extrême : $506M.
- Fréquence, entre 1994 et 2004 : 1/52 = 0,019.
- Probabilités théoriques avec :
- $\alpha=1$; $\alpha=0{,}98$; $\alpha=0{,}95$.
- Avec deux seuils de pertes : $30M ; $19M.
- Deux seuils de taux de perte : 1×10^{-4} ; $6{,}3\times10^{-5}$.

PERTES OPÉRATIONNELLES EXTRÊMES
Probabilités théoriques

Seuils	α = 0,95	α = 0,98	α = 1
\$30M ou 1x10^{-4} (14 sinistres)	**0,018**	0,017	0, 016
\$19M ou 6,3x10^{-5} (21 sinistres)	**0,017**	0,016	0,015

PERTES OPÉRATIONNELLES EXTRÊMES

- La réglementation Bâle II impose aux banques, d'avoir suffisamment de capitaux propres pour faire face aux pertes opérationnelles (externes et internes).
- L'évaluation préconisée est la *Value at Risk* au seuil de 1 pour mille (=$VaR_{99,9\%}$).
- Estimer x, tel que $(N/52)(x/x_0)^{-\alpha} = 0,001$
- N= nombre de sinistres de valeur $x \geq x_0$

PERTES OPÉRATIONNELLES EXTRÊMES

$VaR_{99,9\%}$

Seuil x_0 ; N	$\alpha = 0,95$	$\alpha = 0,98$	$\alpha = 1$
\$30M ; 14	\$ 11 584 M	\$ 9 279 M	\$ 8 072 M
\$19M ; 21	\$ 11 674 M	\$ 9 281 M	\$ 8 040 M

PERTES OPÉRATIONNELLES EXTRÊMES

$VaR_{99,9\%}$ sur les taux de perte

Seuils x_0 ; N	α = 0,95	α = 0,98	α = 1
1×10^{-4} ; 14	$3{,}9 \times 10^{-2}$	$3{,}1 \times 10^{-2}$	$2{,}7 \times 10^{-2}$
$6{,}3 \times 10^{-5}$; 21	$3{,}7 \times 10^{-2}$	$2{,}9 \times 10^{-2}$	$2{,}6 \times 10^{-2}$

PERTES OPÉRATIONNELLES EXTRÊMES

- La VaR au seuil 1% est 10 fois plus faible que la VaR 1‰.
- Dans une **loi lognormale,** les VaR sont encore plus faibles :
- 10 à 20 fois pour le seuil 1‰.
- 3 à 5 fois pour le seuil 1%.
- La **loi lognormale** sous-évalue très fortement les valeurs extrêmes par rapport à la loi de Pareto sans espérance.

PERTES OPÉRATIONNELLES EXTRÊMES

$VaR_{99\%}$

Seuil x_0 ; N	α = 0,95	α = 0,98	α = 1
$30 M ; 14	$1 027 M	$887 M	$806 M
$19 M ; 21	$1 027 M	$891 M	$805 M

PERTES OPÉRATIONNELLES EXTRÊMES

$VaR_{99,9\%}$ et $VaR_{99\%}$ dans une loi lognormale

Seuils x_0 ; N	$VaR_{99\%}$	$VaR_{99,9\%}$
$30 M ; 14	$194 M	$432 M
$1x10^{-4}$	$5,2x10^{-4}$	$1,1x10^{-3}$
$19 M ; 21	$380 M	$1 286 M
$6,3x10^{-5}$	$9,3x10^{-4}$	$2,8x10^{-3}$

PERTES OPÉRATIONNELLES EXTRÊMES

Conclusions

<u>Statistiques</u> :

- Les pertes opérationnelles externes, comme les internes, d'ailleurs :
- N'ont pas de valeurs plafonds.
- Leur queue de distribution sont du type Pareto sans espérance mathématique.
- Les lois de probabilité des modèles financiers, utilisés habituellement par les banquiers, comme la loi lognormale, sous-évaluent très fortement les risques de pertes.

PERTES OPÉRATIONNELLES EXTRÊMES

Conclusions

<u>**Économiques et financières**</u> :

- La banque étudiée était très sous capitalisée face aux risques extrêmes.
- Comme, d'ailleurs, beaucoup d'autres banques américaines ou européennes.
- La crise en cours révèle l'ampleur de cette sous capitalisation, en faisant disparaître les banques les plus fragiles.
- Les montants des aides publiques, en milliers de milliard de dollars, sont à la hauteur des insuffisances de capitaux propres de banques.

PERTES OPÉRATIONNELLES EXTRÊMES
Recours à l'assurance

- À défaut de capitaux propres suffisants.
- Les banques pourraient recourir à l'assurance.
- La prime d'assurance est en théorie infinie.
- Sauf s'il y a un plafond d'indemnisation.
- Exemples avec 3 plafonds potentiels :
- \$506M ; $VaR_{99\%}$=\$1x10^9 ; $VaR_{99,9\%}$= \$11x10^9
- Montant de la prime annuelle?

PERTES OPÉRATIONNELLES EXTRÊMES

- N= nombre annuel d'événements « pertes »
- E(N)= espérance de N
- V(N)= variance de N
- X Variable aléatoire de Pareto d'exposant 0,95
- X comprise entre x_0 et 506 ou $1x10^9$ ou $11x10^9$
- E(X) = espérance de X conditionnée par x_0
- V(X) = variance de X conditionnée par x_0
- E(P)= espérance du total annuel des sinistres.

PERTES OPÉRATIONNELLES EXTRÊMES

Espérance et écart type de la variable X tronquée

Seuil x_0 ; N	Plafond : \$ 506M	Plafond : $\$1x10^9$	Plafond : $\$11x10^9$
\$30M ; 14	E(X)= \$92,89M	\$113,28M	\$196,47M
\$30M ; 14	$V(X)^{1/2}$= \$86,04M	\$140,95M	\$602,63M
\$19M ; 21	E(X)= \$67,35M	\$87,24M	\$135,50M
\$19M ; 21	$V(X)^{1/2}$= \$76,10M	\$116,23M	\$491,77M

PERTES OPÉRATIONNELLES EXTRÊMES
Évaluation de la prime actuarielle annuelle

- Soit P : total des sinistres annuels.
- $E(P)= E(N).E(X)$ et $V(P)= E(N).V(X)+E(X)^2.V(N)$
- $E(N)= 1,91$ et $V(N)= 1,36$ si $x_0= \$19M$
- $E(N)= 1,27$ et $V(N)= 1,27$ si $x_0= \$30M$
- <u>**Exemple**</u> : $x_0= \$19M$; plafond : $\$11x10^9M$
- $E(P)=1,91x135,50 =258,81x10^6$
- Écart type de P : $V(P)^{1/2} = 697,77x10^6$
- Prime actuarielle annuelle : $E(P)+V(P)^{1/2} = \$957M$.

PERTES OPÉRATIONNELLES EXTRÊMES

Espérance et écart type de P

Seuil x_0 ; N	Plafond : \$506M	Plafond : $\$1 \times 10^9$	Plafond : $\$11 \times 10^9$
\$30M ; 14	$E(P) = 117{,}9 \times 10^6$	$143{,}9 \times 10^6$	$249{,}5 \times 10^6$
\$30M ; 14	$V(P)^{1/2} = 134{,}2 \times 10^6$	$195{,}1 \times 10^6$	$706{,}9 \times 10^6$
\$19M ; 21	$E(P) = 128{,}6 \times 10^6$	$166{,}6 \times 10^6$	$258{,}8 \times 10^6$
\$19M ; 21	$V(P)^{1/2} = 131{,}3 \times 10^6$	$190{,}1 \times 10^6$	$697{,}8 \times 10^6$

PERTES OPÉRATIONNELLES EXTRÊMES

Évaluation de la prime annuelle

Seuil x_0 ; N	Plafond : \$506M	Plafond : $\$1x10^9$	Plafond :$\$11x10^9$
\$30M ; 14	$252,1x10^6$	$339,9x10^6$	$956,5x10^6$
\$19M ; 21	$259,8x10^6$	$356,5x10^6$	$956,5x10^6$

PERTES OPÉRATIONNELLES EXTRÊMES

Évaluation de la prime annuelle

- Compte tenu des chargements des compagnies d'assurance.
- Pour couvrir leurs frais et les risques d'anti-sélection et d'aléas de moralité.
- Le risque opérationnel externe, est pratiquement inassurable.
- La prime demandée est trop élevée.

PERTES OPÉRATIONNELLES EXTRÊMES

Évaluation de la prime annuelle

- Aucune banque ne peut payer, chaque année, environ 1 milliard $, pour couvrir tous les sinistres opérationnels externes supérieurs à une vingtaine ou une trentaine de millions $.
- Même si des pertes supérieures à plusieurs milliards $ se sont déjà réalisées.
- Deux solutions :
- N'assurer que les sinistres au-delà d'un seuil très élevé avec un plafond très élevé (entre 1milliard $ et 11 milliards $).
- Ou avec un plafond et un seuil plus bas, par exemple la tranche comprise entre 30 millions $ et 1 milliard $.

PERTES OPÉRATIONNELLES EXTRÊMES
Évaluation de la prime annuelle

- Tranche basse (entre 30×10^6\$ et 1×10^9\$)
  - Prime annuelle : 340×10^6\$
- Tranche extrême (entre 1×10^9 et 11×10^9)
  - Risque du type Poisson avec $\lambda = 1/100$

$E(X) = 2{,}69 \times 10^9 \quad V(X) = 4{,}26 \times 10^{18}$

$E(P) = (1/100)(2{,}69 \times 10^9) = 2{,}69 \times 10^7$

$V(P) = (1/100)(4{,}26 \times 10^{18}) + (1/100)(2{,}69 \times 10^9)^2$

$V(P) = 6{,}95 \times 10^{16}$

$V(P)^{1/2} = 2{,}64 \times 10^8 \Rightarrow$ Prime $= 291 \times 10^6$\$

DANIEL
ZAJDENWEBER

Économie des extrêmes

Krachs, catastrophes et inégalités

Champs essais